

# Fortbildungslehrgang Staatlich geprüfter Techniker

Auszug aus dem Lernmaterial  
**Messtechnik (Auszüge)**

## 2 Messabweichungen

### 2.1 Fehlerarten

Überprüft man z.B. an einer elektronischen Schaltung die Spannung mit verschiedenen Messinstrumenten, so wird man in der Regel mit jedem Spannungsmesser einen geringfügig anderen Messwert erhalten. Selbst wenn mit dem gleichen Messgerät die Messung mehrfach wiederholt wird, werden sich beim genauen Vergleich der Messwerte Unterschiede zeigen. Auf Grund der Abweichung der Messwerte bei einer Messung ist der wahre Wert der Messgröße unbekannt. Ziel einer jeden Messung besteht jedoch darin, den wahren Wert der Messgröße zu ermitteln. Daher wird eine Messabweichung definiert.

**Messabweichung:** Die Messabweichung ist die Abweichung des gemessenen Wertes vom wahren Wert der Messgröße. Man unterscheidet dabei die

- a) **absolute** und die
- b) **relative** Messabweichung.

**Anmerkung:** In den VDE-Vorschriften wird statt Abweichung der Begriff Fehler verwendet.

#### Zu a) Absolute Messabweichung

Unter der „absoluten Messabweichung“ **E** versteht man die Differenz zwischen dem gemessenen Wert **M** (falscher Wert) und dem wahren Wert **X<sub>w</sub>** (richtiger Wert). Die absolute Messabweichung hat die gleiche Einheit wie die Messgröße.

$$E = M - X_w \quad (\text{VDE: } F = M - X_w) \quad (\text{Formel 2})$$

Die folgende Abbildung 4 stellt den Zusammenhang zwischen dem angezeigten Wert und der absoluten Messabweichung dar.

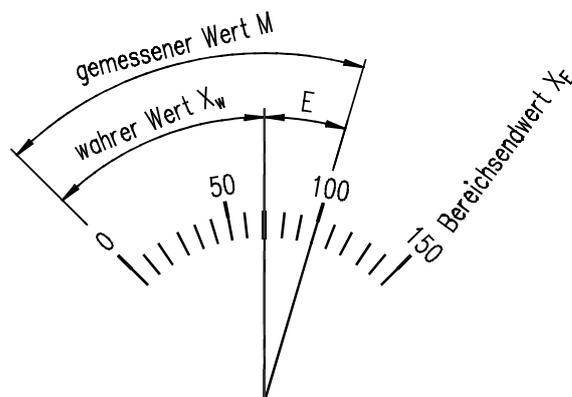


Abbildung 4 Zusammenhang zwischen dem angezeigten Wert und der absoluten Messabweichung

## zu b) Relative Messabweichung

Die „relative Messabweichung“  $e_r$  bezieht die absolute Messabweichung  $E$  des gemessenen Wertes  $M$  auf den wahren Wert  $X_w$  der Messgröße. Die relative Messabweichung hat keine Einheit.

$$e_r = \frac{M - X_w}{X_w} = \frac{E}{X_w} \quad (\text{VDE: } F_{\text{rel}} = \frac{M - X_w}{X_w} = \frac{F}{X_w}) \quad (\text{Formel 3})$$

Da der wahre Wert bei einer Messung auf Grund der Messabweichung nicht bekannt ist, kann bei kleinen absoluten Messabweichungen in einer Näherung die relative Messabweichung auf den gemessenen Wert  $M$  bezogen werden. Notwendig hierfür ist, dass  $M - X_w \ll M$  ist. In der Praxis geht man davon aus, dass diese Bedingung erfüllt ist, wenn die absolute Messabweichung  $E = M - X_w$  zehn mal kleiner ist, als der gemessene Wert  $M$ . Für die Näherung der relativen Messabweichung ergibt sich:

$$e_r \approx \frac{M - X_w}{M} = \frac{E}{M} \quad (\text{VDE: } F_{\text{rel}} \approx \frac{M - X_w}{M} = \frac{F}{M}) \quad (\text{Formel 4})$$

Bei Messgeräten ist es üblich die Anzeigeabweichung auf den Messbereichsendwert des Messgerätes  $X_E$  zu beziehen. Es ergibt sich für die relative Anzeigeabweichung eines Messgerätes  $E_A$ :

$$E_A = \frac{M - X_w}{X_E} = \frac{E}{X_E} \quad (\text{VDE: } F_{\text{VDE}} = \frac{M - X_w}{X_E} = \frac{F}{X_E}) \quad (\text{Formel 5})$$

Die einzelnen Messabweichungen werden häufig in Prozent angegeben. Hierbei wird die jeweilige Messabweichung mit einhundert Prozent multipliziert. Es ergeben sich folgende Gleichungen:

$$e_{r\%} = e_r \cdot 100 \% \quad (\text{Formel 6})$$

$$E_{A\%} = E_A \cdot 100 \% \quad (\text{Formel 7})$$

### Lehrbeispiel 1

Mit einem Spannungsmessgerät wird bei der Messung einer Eichspannung von 15 V nur 14,8 V angezeigt.

*Wie groß ist*

1.1 *die absolute Messabweichung?*

1.2 *die relative Messabweichung in %?*

## Lösung

### Lehrbeispiel 1.1

geg.:  $X_w = 15 \text{ V}$ ;  $M = 14,8 \text{ V}$

ges.:  $E = ?$

Die absolute Messabweichung ist nach Formel 2:

$$E = M - X_w$$

$$E = 14,8 \text{ V} - 15 \text{ V}$$

$$\underline{\underline{E = -0,2 \text{ V}}}$$

Antwort: Die absolute Messabweichung beträgt  $E = -0,2 \text{ V}$ .

### Lehrbeispiel 1.2

ges.:  $e_r = ?$

Für die relative Messabweichung gilt nach Formel 3:

$$e_r = \frac{E}{X_w}$$

$$e_r = \frac{-0,2 \text{ V}}{15 \text{ V}}$$

$$\underline{\underline{e_r = -0,01\bar{3}}}$$

Für die relative Messabweichung in % gilt nach Formel 6:

$$e_{r\%} = e_r \cdot 100 \%$$

$$e_{r\%} = -0,01\bar{3} \cdot 100 \%$$

$$\underline{\underline{e_{r\%} = -1,33 \%$$

Antwort: Die relative Messabweichung beträgt  $e_{r\%} = -1,33 \%$  vom wahren Wert.

### Lehrbeispiel 2

Ein Strommessgerät mit der Genauigkeit von 1,5 % bezogen auf den Messbereichsendwert und dem Messbereich 150 mA zeigt 95 mA an.

2.1 Zwischen welchen Werten darf der wahre Stromwert liegen?

2.2 Wie groß kann die relative Messabweichung betragsmäßig maximal sein?

**Lösung****Lehrbeispiel 2.1**

geg.:  $E_{A\%} = \pm 1,5 \%$ ;  $X_E = 150 \text{ mA}$ ;  $M = 95 \text{ mA}$

ges.:  $X_{W \max} = ?$ ;  $X_{W \min} = ?$

Für die relative Messabweichung in % bezogen auf den Messbereichsendwert gilt nach Formel 7:

$$E_{A\%} = E_A \cdot 100 \%$$

mit:

$$E_A = \frac{M - X_W}{X_E}$$

$$E_{A\%} = \frac{M - X_W}{X_E} \cdot 100 \%$$

umgestellt nach  $X_W$ :

$$X_W = M - \frac{E_{A\%}}{100 \%} \cdot X_E$$

I.  $E_{A\%} = + 1,5 \%$

$$X_{W \min} = M - \frac{E_{A\%}}{100 \%} \cdot X_E$$

$$X_{W \min} = 95 \text{ mA} - \frac{1,5 \%}{100 \%} \cdot 150 \text{ mA}$$

$$\underline{\underline{X_{W \min} = 92,75 \text{ mA}}}$$

II.  $E_{A\%} = -1,5 \%$

$$X_{W \max} = M - \frac{E_{A\%}}{100 \%} \cdot X_E$$

$$X_{W \max} = 95 \text{ mA} - \frac{-1,5 \%}{100 \%} \cdot 150 \text{ mA}$$

$$\underline{\underline{X_{W \max} = 97,25 \text{ mA}}}$$

Antwort: Der wahre Stromwert liegt zwischen 92,75 mA und 97,25 mA.  
Kurzschreibweise:  $U = 95 \text{ mA} \pm 2,25 \text{ mA}$

**Lehrbeispiel 2.2**

 ges:  $e_{r \max} = ?$ 

Nach Formel 5 gilt für die relative Messabweichung:

$$E_A = \frac{E}{X_E} \quad \Leftrightarrow \quad E = E_A \cdot X_E$$

mit Formel 7: 
$$E_A = \frac{E_{A\%}}{100 \%}$$

$$E = \frac{E_{A\%}}{100 \%} \cdot X_E$$

$$E = \frac{\pm 1,5 \%}{100 \%} \cdot 150 \text{mA}$$

$$\underline{\underline{E = \pm 2,25 \text{ mA}}}$$

mit Formel 3: 
$$e_r = \frac{E}{X_W}$$

I.  $E_{A\%} = 1,5 \% \quad \Rightarrow \quad E_{A1} = 2,25 \text{ mA}$

$X_{W \min} = 92,75 \text{ mA}$

$$e_{r_1} = \frac{2,25 \text{ mA}}{92,75 \text{ mA}}$$

$$e_{r_1} = 0,0243 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{e_{r\%_1} = 2,43 \%}}$$

II.  $E_{A\%} = -1,5 \% \quad \Rightarrow \quad E_{A2} = -2,25 \text{ mA}$

$X_{W \max} = 97,25 \text{ mA}$

$$e_{r_2} = \frac{-2,25 \text{ mA}}{97,25 \text{ mA}}$$

$$e_{r_2} = -0,0231 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{e_{r\%_2} = -2,31 \%}}$$

Antwort: Die relative Messabweichung kann betragsmäßig maximal  $e_{r\%_2} = 2,43 \%$  betragen.



Das Lehrbeispiel 3 zeigt:

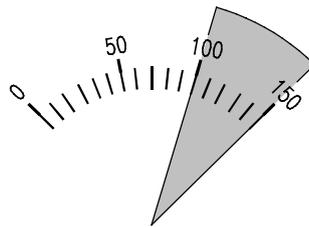


Abbildung 5 Günstiger Messbereich

**Bei Messungen soll der Messbereich immer so gewählt werden, dass der Messwert im oberen Drittel des Anzeigebereiches liegt. So ist die relative Messabweichung geringer.**

Bisher wurden die absolute und relative Messabweichung betrachtet. Mithilfe dieser Einteilung konnten die Messabweichungen größenmäßig beschrieben werden. Diese Unterteilung gibt jedoch keinen Aufschluss über die Art und das Auftreten der Messabweichung. So werden die Messabweichungen in die

- a) **systematischen** und
- b) **zufälligen**

Messabweichungen unterteilt.

Die vorher aufgeführte größenmäßige Beschreibung mithilfe der absoluten und relativen Messabweichung ist weiterhin für die zufälligen und systematischen Messabweichungen gültig.

- a) **Systematische** Messabweichungen werden durch eine gleich bleibende Unvollkommenheit der Messgeräte und Messverfahren hervorgerufen. Sie treten unter gleichen Messbedingungen immer mit dem gleichen Betrag und dem gleichen Vorzeichen auf. Bei Wiederholung des Messvorganges sind sie stets gleich groß, somit vorhersehbar und lassen sich durch Korrekturen beseitigen.

Hat z.B. das Messgerät einen bestimmten Temperaturlauf, wird der Messwert bei unterschiedlichen Temperaturen verfälscht. Sind diese Abweichungen bei den unterschiedlichen Temperaturen bekannt, können die Messwerte korrigiert werden.

- b) **Zufällige** Messabweichungen entstehen durch unvorhersehbare Änderungen an den Messgeräten, z.B. durch die Umwelt und durch den Beobachter. Sie sind bei jeder Messung nach Größe und Vorzeichen verschieden und somit nicht korrigierbar. Ihr Einfluss lässt sich aber durch mehrfache Wiederholung der Messung und durch Mittelwertbildung vermindern.

Zufällige Messabweichungen können z.B. durch Reibung in den Lagern bei einem Zeigerinstrument entstehen.